Trilce
ACADEMIA

Curso: **Aritmética**

Tema: Magnitudes Proporcionales

Ciclo:

Intensivo 2025

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Magnitud

Es todo aquello que experimenta cambio, es decir aumenta o disminuye y además se puede medir o contar y luego expresarlo como una cantidad numérica.

Ejemplo: La longitud de una carretera, la potencia de un motor, el número de autos vendidos por una empresa, etc.

MAGNITUD	CANTIDAD
Edad	15 años
Peso	80 Kg
Tiempo	20 días
Volumen	60 m^3
Longitud	14 m

I. Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

Dos magnitudes, analizadas uno a uno, son DP si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, entonces el valor de la otra magnitud, también aumenta o disminuye, pero en la misma proporción. Además se cumple que el cociente de sus valores correspondientes permanece constante. Es decir:

$$A \ DP \ B \leftrightarrow \frac{A}{B} = Cte$$

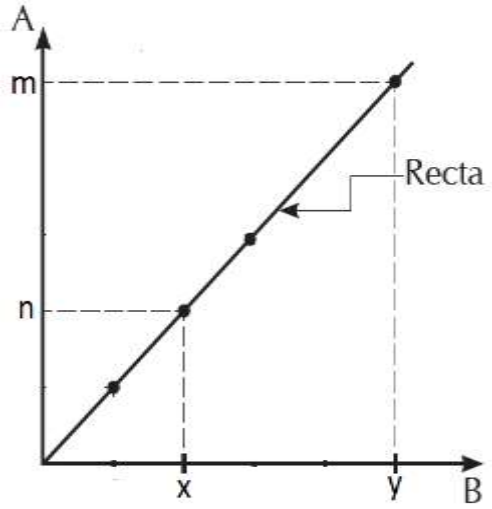
Trilce ACADEMIA

II. Magnitudes Inversamente Proporcionales (IP)

Dos magnitudes, analizadas uno a uno, son IP si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, entonces el valor de la otra magnitud disminuye o aumenta pero en la misma proporción. Además se cumple que el producto de sus valores correspondientes es una constante. Es decir:

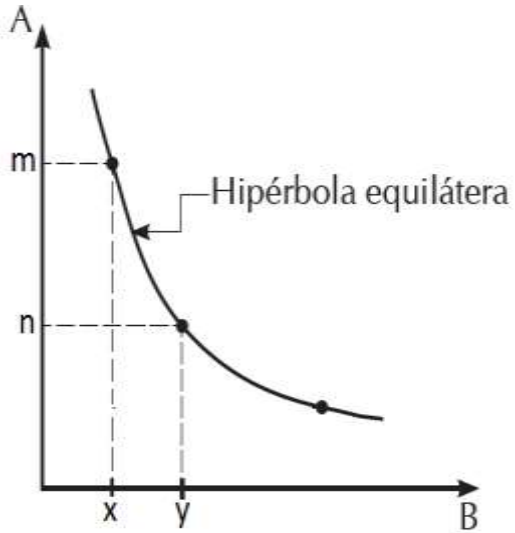
$$A \text{ IP } B \leftrightarrow A \times B = Cte$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



A D.P B

$$\frac{n}{x} = \frac{m}{y}$$



A I.P. B

$$m.x = n.y$$

Trilce ACADEMIA

PROPIEDADES

1.- Sean la magnitudes “A”; “B”; “C” y “D”.

$$A \ DP \ B \iff B \ DP \ A$$

$$C \ IP \ D \iff D \ IP \ C$$

2.- Sean la magnitudes “A” y “B”.

$$A \ DP \ B \iff A \ IP \ \frac{1}{B}$$

3.- Sean las magnitudes “A”; “B”; “C”; “D” y “E”; se considera a una de ellas y se compara con cada una de las otras. Cuando se comparan dos magnitudes, las otras magnitudes deben permanecer constantes.

A DP B, (C; D y E constantes)

A DP C, (B; D y E constantes)

A IP D, (B; C y E constantes)

A IP E, (B; C y D constantes)

$$\frac{A \cdot D \cdot E}{B \cdot C} = k \quad \text{(constante)}$$

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 01

Si A es DP a B cuando A = 24 y B = 36, calcule el valor de A cuando B = 45.

28 32 30 36

Resolución

A es D.P a B → $\frac{A}{B} = k$

A	24	x
B	36	45

Reemplazando tenemos:

$$\frac{24}{36} = \frac{x}{45}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{45}$$

→ **x =30**

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 02

$\sqrt{A}$ **es I.P a** B^3 **. Cuando A=144, B=3. Encuentre el valor de A. cuando B=6.**

A) 9/4 B) 9 C) 3/2 D) 16

Resolución

$\sqrt{A}$ **es I.P a** $B^3 \rightarrow$ $\sqrt{A} \cdot B^3 = k$

A	144	x
B	3	6

Reemplazando tenemos:

$\sqrt{144} \cdot 3^3 = \sqrt{x} \cdot 6^3$

$12 \cdot 27 = \sqrt{x} \cdot 216$

$12 = \sqrt{x} \cdot 8$ ⇒ $3 = \sqrt{x} \cdot 2$

$x = \frac{9}{4}$

$x = \frac{9}{4}$

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 03

Una magnitud "A" es D.P a B^2 y a la vez I.P. a la raíz cuadrada de la suma de C y D. Cuando A= 64, B= 6, C= 16 y D=9. ¿Qué valor tomará A cuando B=9, C=10, D=6?

A) 180 B) 36 C) 90 D) 120

Resolución

A DP B^2

A IP $\sqrt{C+D}$

$\frac{A\sqrt{C+D}}{B^2}$ =k

A	64	x
B	6	9
C	16	10
D	9	6

Reemplazando tenemos:

$$\frac{64\sqrt{16+9}}{6^2} = \frac{A\sqrt{10+6}}{9^2}$$

$$\frac{64.5}{36} = \frac{A.4}{81}$$

$$\frac{64.5}{16} = \frac{A}{9}$$

A = 180

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 04

Para las magnitudes A, B y C, se cumple que A es D.P. a $\sqrt[3]{B}$ e I.P. a C^2. Si A = 15 y B = 64, entonces C = 4. Calcule C para A = 12 y B = 125.

a) 5 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

Resolución

A D.P $\sqrt[3]{B}$
A I.P C^2

$$\frac{AC^2}{\sqrt[3]{B}} = k$$

A	15	12
B	64	**125**
C	4	x

Reemplazando tenemos:

$$\frac{15(4^2)}{\sqrt[3]{64}} = \frac{12(X^2)}{\sqrt[3]{125}}$$

$$\frac{15.16}{4} = \frac{12(X)^2.}{5}$$

$$60(5) = 12X^2$$
$$25 = x^2$$

X = 5

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 05

Se sabe que una magnitud A es IP a B^2. Halle el valor de A, sabiendo que si disminuye en 36 unidades, el valor de B varía en 1/4 de su valor.

a) 80 b) 120 c) 100 d) 150

Resolución

A es IP a B^2 $\rightarrow$ $A.B^2 = k$

"Si A disminuye entonces B aumenta"

A	A – 36
B	B $+\frac{1}{4}$B $=\frac{5}{4}$B

Luego:

$A.(B)^2 = (A - 36)\left(\frac{5}{4}B\right)^2$ $\longrightarrow$ $A.(B)^2 = (A - 36)\left(\frac{25}{16}B^2\right)$

16A = 25A -900

900 = 9A

A = 100

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 06

La eficiencia se mide en puntos y es DP a los años de servicio e IP a la raíz cuadrada de la edad del trabajador; se sabe que la eficiencia de Carlos es de 5 puntos cuando tiene 4 años de servicio y 36 años de edad. ¿Cuál será su eficiencia cuando tenga 64 años?

A) 36 puntos B) 30 puntos C) 35 puntos D) 48 puntos

Resolución

Eficiencia DP años de servicio
Eficiencia IP $\sqrt{Edad}$

$$\frac{eficiencia.\sqrt{Edad}}{años\ de\ servicio} = k$$

Eficiencia	5	x
Años de servicio	4	32
Edad	36	64

28

Reemplazando tenemos

$$\frac{5\sqrt{36}}{4} = \frac{x\sqrt{64}}{32}$$

$$\frac{5.6}{4} = \frac{x.8}{32}$$

x = 30

La eficiencia será 30 puntos

Trilce ACADEMIA

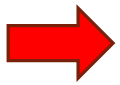
PROBLEMA 07

Los gastos en cierta construcción son D.P el área del terreno y al cuadrado del número de meses que durará la obra. Si para una construcción de 300m2 que duró 9 meses se gastó 81 millones. ¿Cuántos millones se espera gastar en otra obra de 240 m2 y que durará 8 meses?

A) 45 B) 48 C) 51,2 D) 50 E) 49

Resolución

Gastos DP área
Gastos DP $\#meses^2$



$$\frac{Gastos}{área.\cdot meses^2} = k$$

Gastos	81 millones	x
área	300	240
# meses	9	8

$$\frac{81}{300.\cdot 9^2} = \frac{x}{240.\cdot 8^2}$$

$$\frac{1}{300.1} = \frac{x}{240.\cdot 8^2}$$

x = 51,2

Se gastará 51,2 millones de soles

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 08

Se sabe que el precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso. Se tiene un diamante cuyo precio es de S/.72000 el cual es cortado en dos partes cuyos pesos se encuentran en la relación de 5 a 7, si estos pedazos son vendidos por separado, entonces, con respecto a su valor inicial, ¿Cuánto se perdió?

a) 30 000 b) 40 000 c) 45 000 d) 35 000

Resolución:

Precio del Diamante DP $(peso)^2$ $\rightarrow \dfrac{Precio}{(peso)^2} = k$

Entero Cortado

$$\frac{72000}{12^2} = \frac{C_1}{5^2} = \frac{C_2}{7^2}$$

$$\frac{72000}{144} = \frac{C_1}{25} \Rightarrow C_1 = 12500$$

$$\frac{72000}{144} = \frac{C_2}{49} \Rightarrow C_2 = 24500$$

Entero Cortado

Al venderlo: $72000 - (12500 + 24500) = 35000$

∴ Al venderlo por separado se pierde S/35000.

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 09

En una empresa aeronáutica determinaron que el precio de un avión es directamente proporcional a la potencia de sus motores e inversamente proporcional a su antigüedad. Si un avión comercial tiene un costo de $72000000 y su motor tiene una potencia de 3600 HP ¿Cuánto costará otro avión cuyo motor tiene una potencia de 2400 HP y del triple de años de antigüedad que el primero?

Resolución:

Precio del Avión { DP Potencia del motor; IP Antigüedad

$$\frac{(\textbf{Precio del avión})(\textbf{Antiguedad})}{\textbf{Potencia del motor}} = \mathbf{k} \quad \ldots (\mathbf{1})$$

Precio	Potencia	Antiguedad
72000000	**3600 HP**	**1**
C	**2400 HP**	**3**

Reemplazando estos datos en la ecuación (1)

$$\frac{72000000 \times 1}{3600} = \frac{C \times 3}{2400}$$

$$C = 16000000$$

∴ Costara $16000000.

Problema 10 :

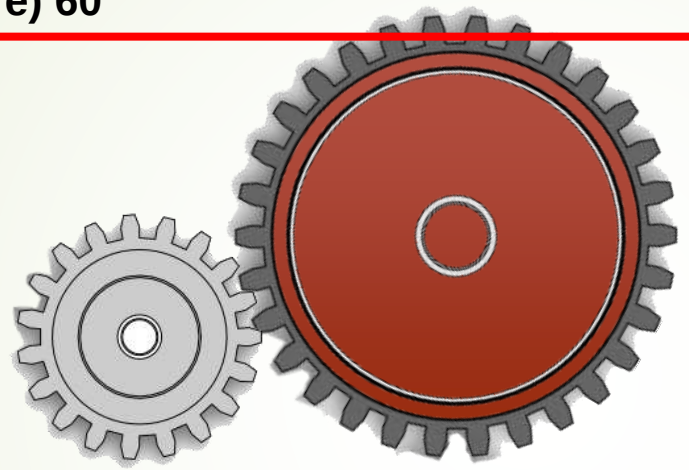
Se tiene un engranaje formado por dos ruedas con 24 y 45 dientes. Dicho engranaje empieza a funcionar y, luego de 10 min, una de las ruedas da 280 vueltas más que la otra. Calcule la mayor velocidad de dichas ruedas en rev/min.

a) 90 b) 72 c) 40 d) 85 e) 60

Resolución

Del dato, analizamos :

24 dientes



45 dientes

x + 280 vueltas

x vueltas

(En 10 min)

Nota :

"menor #de dientes, más vueltas

Se cumple :

N° de dientes IP N° de vueltas

$24(x+280) = 45x$ → **$8x + 2240 = 15x$** → **$2240 = 7x$**

8 15

x = 320

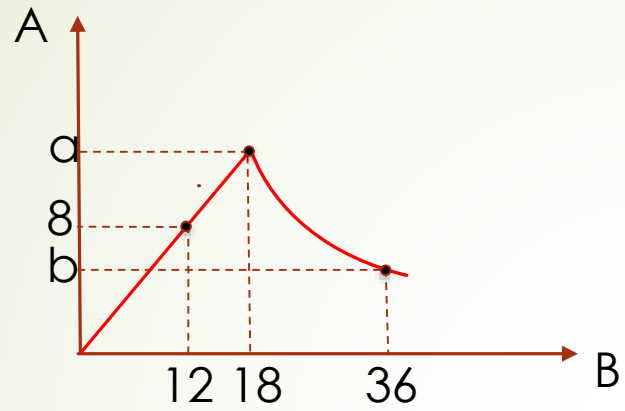
La pequeña tiene mas velocidad

(en 10 min)

Respuesta : La velocidad del mayor es 600/10 = 60 rev/min.

PROBLEMA 11 :

La gráfica muestra los valores que toman 2 magnitudes A y B . Calcular : “a + b”



Resolución

De la gráfica ,analizamos por partes :

En la recta :

$$\frac{8}{12} = \frac{a}{18}$$

$$\frac{12}{2} \cdot a = 8 \cdot \frac{18}{3}$$

a = 12

En la rama de la hipérbola :

a(18) = b (36) (reemplazamos)

$$\frac{12}{2}(18) = b\ (\frac{36}{3})$$

b= 6

a + b = 12 + 6 = 18

El valor de a+b es 18.

PROBLEMA 12

La longitud de un resorte es 18 cm; si soporta un peso de 80 gramos su longitud es 24 cm. ¿Cuál será la longitud si soporta un peso triple del anterior; sabiendo que la elongación es directamente proporcional a su peso?

A) 30 cm B) 48 cm C) 32 cm D) 40 cm E) 36 cm

Resolución

Elongación DP Peso→ $\frac{\textbf{Elongación}}{\textbf{Peso}} = k$

L_1 = 18 cm. Peso 80g. L_2 = 24 cm. Elongación = 24 – 18 = 6

Peso 240 Elongación = x

$$\frac{6}{80} = \frac{x}{240} \rightarrow x = 18$$

Entonces la nueva longitud será :

18 + 18 = 36

La longitud será 36cm.

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 13 :

Paola descubre que los gastos que hace en celebrar su cumpleaños son DP al número de invitados, e IP a las horas que ocupa en preparar la reunión. Si la última vez gastó S/1200 e invitó a 100 personas y ocupó 12 horas en prepararlo. Calcule el ahorro de Paola si invita a 20 personas menos y ocupa 4 horas más.

Resolución

Del dato, analizamos :

Gastos (G) D.P. Número de invitados (I)

Gastos (G) I.P. Horas (H)

$$\frac{G.H}{I} = K$$

Gastos(S/)	N° de invitados	Horas(H)
1200	100	12
x	80	16

Reemplazamos valores :

$$\frac{1200(12)}{100} = \frac{x(16)}{80}$$

$$12.12.5 = x$$

$$x = 720$$

Luego :

1200 – 720 = 480

Ahorro 480 soles.

PROBLEMA 14:

Se sabe que las magnitudes "A"; "B" y "C" tienen la siguiente relación:

A es DP a B^2

A es IP a $\frac{1}{\sqrt{C}}$

Halle el valor de "B", cuando A = 3 y C = 25; si cuando B = 5 y C = 16 entonces A = 15.

Resolución:

Del enunciado tenemos que:

A es DP a B^2

A es IP a $\frac{1}{\sqrt{C}}$ $\leftrightarrow$ **A es DP a $\sqrt{C}$**

$$\rightarrow \frac{A}{B^2.\sqrt{C}} = k \quad \ldots.(1)$$

datos:

A	B	C
3	x	25
15	5	16

Reemplazando en la ecuación (1):

$$\frac{3}{x^2.\sqrt{25}} = \frac{15}{5^2.\sqrt{16}}$$

$$\frac{3}{x^2.5} = \frac{15}{25.4}$$

$$\rightarrow x = 2$$

$\therefore$ El valor de B es 2

PROBLEMA 15

Las magnitudes “A” y “B” se relacionan con cierto grado de proporcionalidad siendo algunos valores:

A	3	12	X	1/3	75
B	12	24	36	Y	60

Calcule (x + y)

A) 42 B) 27 C) 31 D) 37 E) 23

RESOLUCIÓN

“Se observa que A aumenta y B también aumenta”

Cuando A se cuadriplica B se duplica

Entonces $\sqrt{A}$ DP a B

$\frac{\sqrt{A}}{B}$ = K

Reemplazando los valores de la tabla

$$\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{12}}{24} = \frac{\sqrt{x}}{36} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}}}{y} = \frac{\sqrt{75}}{60}$$

$\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{x}}{36} \rightarrow 3\sqrt{3} = \sqrt{x}$ x = 27

$\frac{1}{y\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ y(3) = 12 y = 4

Luego : x + y = 27+4

x + y = 31

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 16 :

El precio de un televisor a color varía en forma DP al cuadrado de su tamaño e IP a la raíz cuadrada de la energía que consume. Si cuando su tamaño es de 18 pulgadas y consume "E" de energía su precio es de S/.1240. ¿Cuánto costará un televisor cuyo tamaño es de 36 pulgadas y consume E/4 de energía?

A) S/ 9920 B) S/ 1620 C) S/ 2270 D) S/ 4960

Resolución

P DP T^2

P IP $\sqrt{E}$

$$\frac{P.\sqrt{E}}{T^2} = k$$

P	E	T
1240	E	18
x	E/4	36

$$\frac{1240.\sqrt{E}}{18.18} = \frac{x.\sqrt{E/4}}{36.36}$$

$$1240.\sqrt{E} = \frac{x.\sqrt{E}}{2.2.2}$$

$$x = 9\ 920$$

El precio será S/.9 920

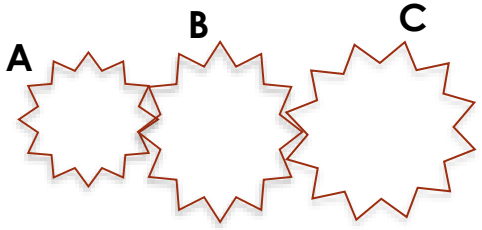
Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 17 :

Tres ruedas se encuentran engranadas, la primera y segunda rueda tienen dientes en la relación de 4 a 5, la segunda y la tercera tienen dientes en la relación de 3 a 5. Si la primera ha dado 26 vueltas más que la tercera. ¿Cuántas vueltas ha dado la segunda?

A) 24 B) 36 C) 40 D) 48

Resolución



$\frac{da}{db} = \frac{4}{5}$ $\frac{db}{dc} = \frac{3}{5}$ → $\frac{da}{db} = \frac{4.3}{5.3}$ $\frac{db}{dc} = \frac{3.5}{5.5}$ ➡

da = 12k
db = 15k
dc = 25k

#vueltas IP #dientes

Luego #vueltas IP 12;15 ;25

ósea DP $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{25}$

Multiplicamos por 300

obtenemos:

#vueltas: 25n;20n;12n

Por dato: 25n -12n = 26→ $n = 2$

Piden :20n =20(2) = 40

#vueltas(b) = 40

Otra forma

Como:

Va .da = Vc .dc

(x+26)12k = x(25k)…dato

12x +312 = 25x

312 = 13x

x = 24

Luego 24(25k) = Vb.15k

Vb = 40

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 18

Según la ley de Boyle, la presión es I.P. al volumen que contiene determinada cantidad de gas. ¿A qué presión está sometido un gas si, al aumentar este en 2 atm, el volumen varía en 40 %?

a) 4 atm b) 5 atm c) 3 atm d) 6 atm e) 2 atm

Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO